

2025 硕士研究生入学考试大纲

考试科目名称：高等代数

考试时间：180 分钟, 满分：150 分

一、 考试要求：

1. 一元多项式理论：

- (1) 掌握多项式的整除理论；
- (2) 会求最大公因式与最小公倍式；
- (3) 掌握复系数、实系数与有理系数多项式的因式分解理论。

2. 行列式理论：

- (1) 理解行列式的定义、熟悉行列式的性质；
- (2) 掌握有特殊结构的 n 阶行列式的计算；
- (3) 会用 Laplace 展开定理。

3. 线性方程组理论：

- (1) 会用 Cramer 法则进行方程组求解；
- (2) 掌握向量的线性相关与线性无关的定义及判别；
- (3) 掌握线性方程组有解的判别法；
- (4) 掌握线性方程组解的结构。

4. 矩阵理论：

- (1) 熟悉矩阵的各种运算与运算律；
- (2) 会求矩阵的逆；
- (3) 理解矩阵分块与分块矩阵；
- (4) 掌握初等矩阵的性质与基本用法；

5. 二次型理论：

- (1) 掌握二次型的化简与标准型；
- (2) 掌握正定、半正定矩阵的定义与基本性质；
- (3) 熟悉惯性定理。

6. 线性空间理论：

- (1) 掌握线性空间的基底和维数的定义与性质；
- (2) 掌握线性空间基变换与坐标变换；
- (3) 掌握子空间以及它们的交与直和的性质；
- (4) 理解线性空间的同构。

7. 线性变换理论：

- (1) 掌握线性变换的运算及其矩阵表示；
- (2) 会求线性变换与矩阵的特征值与特征向量；
- (3) 掌握相似矩阵与某些矩阵的对角化；
- (4) 掌握线性变换的值域与核及其性质；
- (5) 理解不变子空间；

8. 欧式空间理论：

- (1) 掌握内积空间与欧式空间的定义与性质;
- (2) 掌握正交变换与正交矩阵的性质;
- (3) 理解对称变换;
- (4) 掌握实对称矩阵及其对角化理论。

二、考试内容:

1. 一元多项式理论
 - (1) 多项式的整除;
 - (2) 最大公因式与最小公倍式;
 - (3) 复系数、实系数与有理系数多项式的因式分解理论。
2. 行列式
 - (1) 行列式的定义、性质与计算;
 - (2) Laplace 展开定理。
3. 线性方程组理论
 - (1) Cramer 法则;
 - (2) 线性相关与线性无关;
 - (3) 线性方程组有解的判别;
 - (4) 线性方程组解的结构。
4. 矩阵
 - (1) 矩阵的各种运算与运算律;
 - (2) 矩阵的逆;
 - (3) 分块矩阵;
 - (4) 初等矩阵。
5. 二次型
 - (1) 二次型的化简与标准型;
 - (2) 正定二次型与正定矩阵, 半定阵。
6. 线性空间
 - (1) 线性空间的基底和维数;
 - (2) 基变换与坐标变换;
 - (3) 子空间以及它们的交与直和;
 - (4) 线性空间的同构。
7. 线性变换
 - (1) 线性变换的运算及其矩阵;
 - (2) 线性变换与矩阵的特征值与特征向量;
 - (3) 相似矩阵与对角化;
 - (4) 线性变换的值域与核;
 - (5) 不变子空间。
8. 欧式空间
 - (1) 内积空间与欧式空间;

(2) 正交变换与正交矩阵;

(3) 对称变换和实对称矩阵。

三、参考书目

1. 《高等代数》，北京大学数学系几何与代数教研室编，高等教育出版社，2003年7月，第三版.
2. 《高等代数与解析几何》(上册和下册)，陈志杰主编，高等教育出版社，2008年12月，第二版.